

E X P L I C A T I O N
D E L' A R I T H M E T I Q U E
B I N A I R E,

Qui se sert des seuls caractères 0 & 1 ; avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.

PAR M. LEIBNITZ.

LE calcul ordinaire d'Arithmétique se fait suivant la progression de dix en dix. On se sert de dix caractères, qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui signifient zero, un, & les nombres suivans jusqu'à neuf inclusivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit *dix*; par 10; & dix fois dix, ou *cent*, par 100; & dix fois cent, ou *mille*, par 1000; & dix fois mille, par 10000. Et ainsi de suite.

1703.
5. Mai.

Mais au lieu de la progression de dix en dix, j'ai employé depuis plusieurs années la progression la plus simple de toutes, qui va de deux en deux; ayant trouvé qu'elle sert à la perfection de la science des Nombres. Ainsi je n'y emploie point d'autres caractères que 0 & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'est pourquoi *deux* s'écrit ici par 10, & deux fois deux ou *quatre* par 100; & deux fois quatre ou *huit* par 1000; & deux fois huit ou *seize* par 10000, & ainsi de suite. Voici la *Table des Nombres* de cette façon, qu'on peut continuer tant que l'on voudra.

On voit ici d'un coup d'œil la raison d'une propriété célèbre de la progression Géométrique double en Nombres entiers, qui porte que si on n'a qu'un de ces nombres de chaque degré, on en peut composer tous les autres nom-

L iiij

TABLE 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

0 0 0 0 0 0	0	100 4
0 0 0 0 0 1	1	10 2
0 0 0 0 1 0	10	1 1
0 0 0 0 1 1	11	1 1
0 0 0 1 0 0	11	7
0 0 0 1 0 1	11	7
0 0 0 1 1 0	11	7
0 0 0 1 1 1	11	7
0 0 1 0 0 0	8	
0 0 1 0 0 1	9	Pour l' <i>Addition</i> ○
0 0 1 0 1 0	10	par exemple.
0 0 1 0 1 1	11	
0 0 1 1 0 0	12	Pour la <i>Soustrac-</i>
0 0 1 1 0 1	13	<i>tion.</i>
0 0 1 1 1 0	14	
0 0 1 1 1 1	15	
0 1 0 0 0 0	16	
0 1 0 0 0 1	17	Pour la <i>Multi-</i>
0 1 0 0 1 0	18	<i>plication.</i>
0 1 0 0 1 1	19	
0 1 0 1 0 0	20	
0 1 0 1 0 1	21	
0 1 0 1 1 0	22	Pour la <i>Division.</i>
0 1 0 1 1 1	23	
0 1 1 0 0 0	24	Et toutes ces opérations sont si aisées, qu'on n'a jamais
0 1 1 0 0 1	25	besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire
0 1 1 0 1 0	26	dans la division ordinaire. On n'a point besoin non plus
0 1 1 0 1 1	27	de rien apprendre par cœur ici, comme il faut faire dans
0 1 1 1 0 0	28	le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que
0 1 1 1 0 1	29	6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3
0 1 1 1 1 0	30	donne 15, suivant la Table d'une fois un est un; qu'on ap-
0 1 1 1 1 1	31	pelle Pythagorique. Mais ici tout cela se trouve & se
1 0 0 0 0 0	32	prouve de source, comme l'on voit dans les exemples pré- &c.

110	6	101	5	1110	14
111	7	1011	11	10001	17
..
1101	13	10000	16	11111	31
111	7	1011	11	10001	17
110	6	101	5	1110	14
111	3	101	5	101	5
11	3	101	3	101	5
11	1	101	1	1010	10
.	—	1111	15	11001	25
1001	9	1111	15	11001	25
15	***1	101	5	*	*
3	***1	101	5		
*	1				

15 ***1 101 5

24 Et toutes ces opérations sont si aisées, qu'on n'a jamais
 25 besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire
 26 dans la division ordinaire. On n'a point besoin non plus
 27 de rien apprendre par cœur ici, comme il faut faire dans
 28 le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que
 29 6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3
 30 donne 15, suivant la Table d'une fois un est un; qu'on ap-
 31 pelle Pythagorique. Mais ici tout cela se trouve & se
 32 prouve de source, comme l'on voit dans les exemples pré- &c.

Cependant je ne recommande point cette maniere de compter, pour la faire introduire à la place de la pratique ordinaire par dix. Car outre qu'on est accoutumé à celle-ci, on n'y a point besoin d'y apprendre ce qu'on a déjà appris par cœur : ainsi la pratique par dix est plus abrégée, & les nombres y sont moins longs. Et si on étoit accoutumé à aller par douze ou par seize, il y auroit encore plus d'avantage. Mais le calcul par deux, c'est-à-dire par 0 & par 1, en récompense de sa longueur, est le plus fondamental pour la science, & donne de nouvelles découvertes, qui se trouvent utiles ensuite, même pour la pratique des nombres, & sur-tout pour la Géométrie ; dont la raison est, que les nombres étant réduits aux plus simples principes, comme 0 & 1, il paroît partout un ordre merveilleux. Par exemple, dans la *Table* même des Nombres, on voit en chaque colonne régner des périodes qui recommencent toujours. Dans la première colonne c'est 01, dans la seconde 0011, dans la troisième 00001111, dans la quatrième 0000000011111111, & ainsi de suite. Et on a mis de petits zeros dans la Table pour remplir le vuide au commencement de la colonne, & pour mieux marquer ces périodes. On a mené aussi des lignes dans la Table, qui marquent que ce que ces lignes renferment revient toujours sous elles. Et il se trouve encore que les Nombres Quarrés, Cubiques, & d'autres puissances ; item les Nombres Triangulaires, Pyramidaux & autres Nombres figurés, ont aussi de semblables périodes : de sorte qu'on en peut écrire les Tables tout de suite, sans calculer. Et une prolixité dans le commencement, qui donne ensuite le moyen d'épargner le calcul, & d'aller à l'infini par règle, est infiniment avantageuse.

Ce qu'il y a de surprenant dans ce calcul, c'est que cette Arithmétique par 0 & 1 se trouve contenir le mystère des lignes d'un ancien Roi & Philosophe nommé *Fohy*, qu'on croit avoir vécu il y a plus de quatre mille ans, & que les Chinois regardent comme le Fondateur de leur Empire & de leurs sciences. Il y a plusieurs Figu-

88 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

res Lineaires qu'on lui attribue. Elles reviennent toutes à cette Arithmétique ; mais il suffit de mettre ici la *Figure de huit Cova* comme on l'appelle, qui passe pour fondamentale, & d'y joindre l'explication qui est manifeste, pourvu qu'on remarque premierement qu'une ligne entière — signifie l'unité ou 1, & secondelement qu'une ligne brisée — — signifie le zero ou 0.

III	IIII								
000	00	010	011	100	101	101	110	111	111
0	I	10	II	100	101	101	110	111	111
0	I	2	3	4	5	6	7		

Les Chinois ont perdu la signification des *Cova ou Linéations de Fohy*, peut-être depuis plus d'un millénaire d'année ; & ils ont fait des Commentaires là-dessus, où ils ont cherché je ne saurai quels sens éloignés. De sorte qu'il a fallu que la vraie explication leur vînt maintenant des Européens : voici comment. Il n'y a gueres plus de deux ans que j'envoyai au R. P. Bouvet Jésuite, François célèbre, qui demeure à Pekin, ma maniere de compter par 0 & 1 ; & il n'en fallut pas davantage pour lui faire reconnoître que c'est la clef des Figures de Fohy. Ainsi m'écrivant le 14 Novembre 1701, il m'a envoyé la grande Figure de ce Prince Philosophe qui va à 64, & ne laisse plus lieu de douter de la vérité de notre interprétation ; de sorte qu'on peut dire que ce Pere a déchiffré l'Enigme de Fohy à l'aide de ce que je lui avois communiqué. Et comme ces Figures sont peut-être le plus ancien monument de science qui soit au monde, cette restitution de leur sens, après un si grand intervalle de temps, paroîtra d'autant plus curieuse.

Le consentement des Figures de Fohy & de ma Table des Nombres, se fait mieux voir lorsque dans la Table on supplée les zeros initiaux, qui paroissent superflus, mais qui servent à mieux marquer la période de la colon-
ne.

ne, comme je les y ai suppléés en effet avec des petits ronds pour les distinguer des zéros nécessaires, & cet accord me donne une grande opinion de la profondeur des méditations de Fohy. Car ce qui nous paroît aisément maintenant, ne l'étoit pas tant dans ces tems éloignés. L'Arithmétique Binaire ou Dyadique est en effet fort aisée aujourd'hui pour peu qu'on y pense, parce que notre maniere de compter y aide beaucoup, dont il semble qu'on retranche seulement le trop. Mais cette Arithmétique ordinaire par dix ne paroît pas fort ancienne, au moins les Grecs & les Romains l'ont ignorée, & ont été privés de ses avantages. Il semble que l'Europe en doit l'introduction à Gerbert, depuis Pape sous le nom de Sylvestre II, qui l'a eue des Maures d'Espagne.

Or comme l'on croit à la Chine que Fohy est encore Auteur des Caractères Chinois, quoique fort altérés par la suite des tems, son Essai d'Arithmétique fait juger qu'il pourroit bien s'y trouver encore quelque chose de considérable par rapport aux nombres & aux idées, si l'on pouvoit déterminer le fondement de l'Ecriture Chinoise, d'autant plus qu'on croit à la Chine, qu'il a eu égard aux nombres en l'établissant. Le R. P. Bouvet est fort porté à pousser cette pointe, & très-capable d'y réussir en bien des manieres. Cependant je ne scâi s'il y a jamais eu dans l'Ecriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit être nécessairement dans une Caractéristique que je projette. C'est que tout raisonnement qu'on peut tirer des notions, pourroit être tiré de leurs Caractères par une maniere de calcul, qui seroit un des plus importans moyens d'aider l'esprit humain.

